



TITLE:

数式処理システムを用いた芸術における数  
理科学的アプローチ (Computer Algebra :  
Design of Algorithms, Implementations and  
Applications)

AUTHOR(S):

桐生, 裕介; 長坂, 耕作; 高橋, 正

---

CITATION:

桐生, 裕介 ...[et al]. 数式処理システムを用いた芸術における数理科学的アプローチ (Computer Algebra : Design of Algorithms, Implementations and Applications). 数理解析研究所講究録 2006, 1514: 53-58

ISSUE DATE:

2006-09

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/58684>

RIGHT:

## 数式処理システムを用いた 芸術における数理科学的アプローチ

桐生裕介

YUSUKE KIRIU

スタジオフォンス

STUDIOPHONES \*

長坂耕作

KOSAKU NAGASAKA

神戸大学発達科学部

FACULTY OF HUMAN DEVELOPMENT, KOBE UNIVERSITY †

高橋正

TADASHI TAKAHASHI

神戸大学発達科学部

FACULTY OF HUMAN DEVELOPMENT, KOBE UNIVERSITY †

### 1 はじめに

芸術は感性で制作するものであると考えるのは狭い考え方かもしれない。「人間は遊ぶ存在である」という名言になぞらえ、感性での制作を人間の遊びと捉えてみたい。もちろん、その結果の表現については自由であり、ここでは取り上げない。「遊び」の本質は知的欲求を満たすことであり、芸術は、知的好奇心を刺激し、目的に向かって制作を行い、自分の欲する結果を得るものである。その行為は様々な形態があるものの、すべて知的欲求を満たすことに結びつく。この考え方は数理科学と同じである。異なる点は、制作と研究の方法である。これまで、芸術を数理科学の視点で考察した研究が少ないことは、この同質性から鑑みると不思議であった。その同質性から何が導き出されるのか、既存の数学研究の枠を広げ、工学的な応用という視点に留まらず、メディア芸術の制作において数理科学としての理論を明らかにしたい。本研究は芸術における数理科学的な構造を見つけるという、この壮大な動機に始まっている。

芸術という切口から本研究の目的を説明すると、芸術分野で使用される様々な機能や仕組みに対し、数理科学的なアプローチによって全体を概観し易くすることである。これは著者の一人が、マルチメディアと称される分野も含め、建築における意匠設計やアパレル分野におけるパターンメイクや布地の選択が、職人の素晴らしい努力に支えられる一方で、理論的な検証や統合的な視野によるとりまとめを見つけられなかった経験に端を発している。もちろん、音楽ひとつとっても多種多様な製作技法があり、古典音楽理論である対位法や和声学は完成されたかに見えるのだが、唯一無二の理論的なアルゴリズムとして見ようとした場合、疑問が残ったり、またそれに関してその疑問を払拭してくれる資料が見つからなかったのである。

多くの芸術理論は、客観的な何かから導き出されたものでなく、その多くは作家の選択肢を最大に保ったかのような抽象度をもって形成されたかに見える。例えば、音楽理論であっても、作曲という過程があらかじめその余地を持って構築された感があり、古典音楽を学んだ作家のなかでも、記述上の差異なくして独

\*uskusk@cwo.zaq.ne.jp

†nagasaka@main.h.kobe-u.ac.jp

‡takahasi@kobe-u.ac.jp

自性や創造性を主張出来ない特質により、この余地の重なりを許した近代に至る膨大なコレクションが製作出来てきているのではないだろうか。本研究は、個々の音楽理論を評価するような新たな方式の発見等は目的ではなく、それ自身に内在する理論や構造を通して吟味することが可能であるかの探求が目的であることを強く主張したい。既に故人となった作家だけでなく、作家の内的葛藤や心因的な判断に対し、我々はそれをあくまで推し量ることしか出来ない。ましてやその心持ちというものは、時を経て変わる思い出と同じく不確かである。個人の領分として敬意を表し、我々はそれを存在するとして認めることで、私的なものを離れた数理として芸術を概観したい。

これらの非常に単純な動機から本研究は始まっており、これまでに同様の研究が進んでいないことは非常に不思議である。歴史を紐解くと、有名な数学者であるオイラーもかつて「音楽理論」という著書を著している。しかし、オイラーの「音楽理論」は数学者には音楽理論が難しく、音楽研究者には用いられている数学理論が難しかった。さらに、オイラーの時代には、音楽理論を数理科学として解明し実証するための理論及びその理論に基づく処理を行う機器が乏しかったことも、その後の研究が著しく進まなかった一因と考えられる。一方、現代のコンピュータのハードウェアの発展及びソフトウェアの発展は、それを可能にしつつあり、音楽制作の現場においても高機能化に伴うダウンサイジングが進んでいる。長いときを経て音楽理論と数学理論との橋渡しをする絶好の時期にいると言える。我々はまず、音楽における数理科学的アプローチへの取り組みを始めており、僅かではあるが、その報告を本論で行いたい。

## 2 音楽と数理の狭間で

前章における壮大なビジョンに向かって、我々は次の3つのステップを踏むことで着実に音楽における数学構造を解き明かしたいと考えている。最初のステップは音楽からの数学へのアプローチ、二つ目のステップは数学から音楽へのアプローチと捉えて欲しい。以下の項では、それぞれの現在の進捗状況について述べる。

1. (数式処理システム上での) 数学の知識を踏まえての音楽理論の再構築
2. (数式処理システム上での) 数学の対象としての音楽システムの構築
3. 音楽における数学的構造の研究

### 2.1 音楽から数理へ

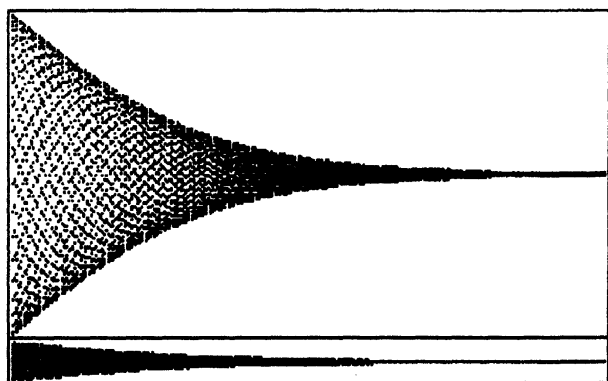
数式処理システムとして拡張性が高い *Mathematica* を使い、Ysk パッケージは包括的な記号処理として音楽製作環境を構築している。このパッケージでは世界の様々な音楽研究ソフトで使用される機能の大半を、数式処理を用いた評価型のサウンド生成を通して概観可能になるように実装中である。このパッケージによって、音楽側から数理へのアプローチを行っていく。本稿では、このパッケージの紹介を行う。

まず、*Mathematica* において Ysk パッケージをロードする。

```
In[1]:= << Ysk'YskSound'
Out[1]:= implemented by Yusuke Kiri (c) 2005.
```

*Mathematica* に従来より備わっている機能により、220Hz のサイン波等を適当な包絡関数を用いて演奏可能である。

```
In[2]:= a1 = Play[Sin[220*2*Pi*t]*(1 - Tanh[3*t]), {t, 0, 1}, PlayRange -> {-1, 1}]
```

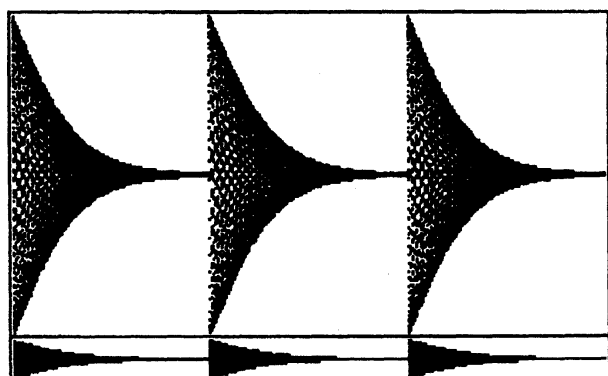


Out[2]:= -Sound-

紙面上では音は鳴らないが、参考のために、*Mathematica* によって生成される波形図を掲載するので、数式は全てが音として描画されていると想定し、読み進めて頂きたい。

通常の機器では、音は時間軸上の振幅として再生される（当然、他にも定義は可能であるが我々はこの定義を用いる）。そして、振幅は数値のリストと考えることができるので、サウンドの記号を繋げる指示により、音を繋げて再生することが可能である。下記は、実際に Ysk パッケージの機能を使って接続している様子である（記号「□」は接続の省略表記）。

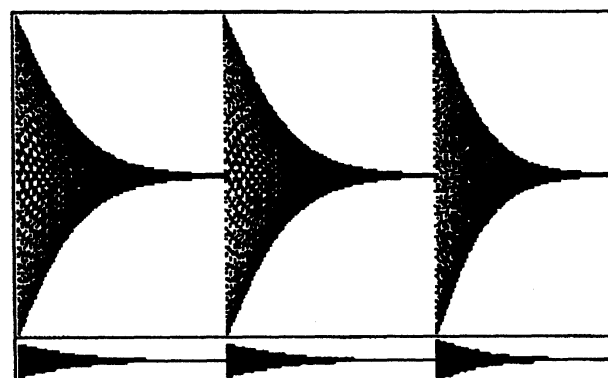
In[3]:= □{a1, a1, a1}



Out[3]:= -Sound-

Ysk パッケージでは、周波数シフトも代数的に扱える（記号「⊗」は周波数シフトの省略表記）。

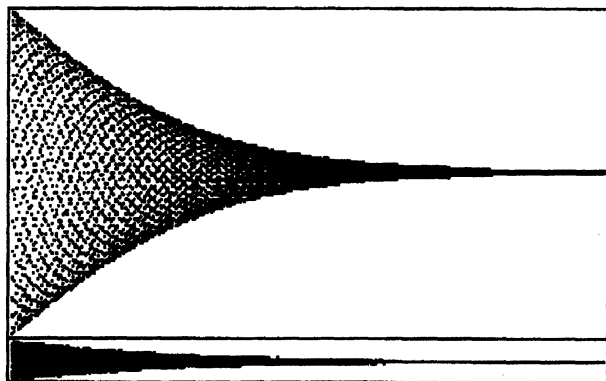
In[4]:= □{a1, a1, 1.2 ⊗ a1}



Out[4]:= -Sound-

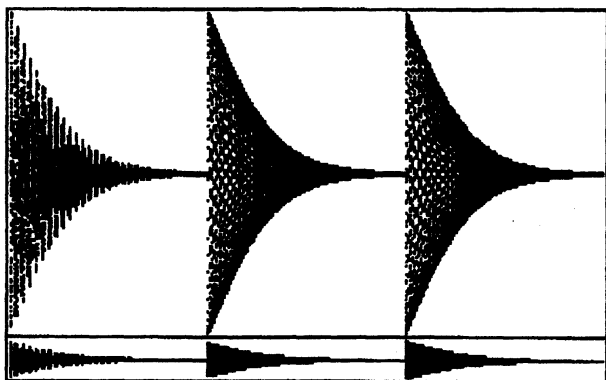
更に、和音も加算記号で扱える。下記の例では音を再生し、その音を前出の音と重ね合わせたものを生成している。

In[5]:= a2 = Play[Sin[250\*2\*Pi\*t]\*(1 - Tanh[3\*t]), {t, 0, 1}, PlayRange -> {-1, 1}]



Out[5]:= -Sound-

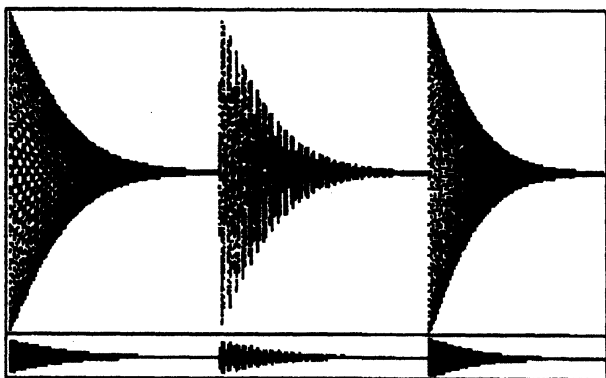
In[6]:= □{a1+a2,a1,a2}



Out[6]:= -Sound-

これらの例にあるように、Ysk パッケージでは四則演算の見慣れた記号のまま、慣用的な音に対する操作が可能になっている。

In[7]:= □{a1,a1-a2,1.2 ⊗ a1}



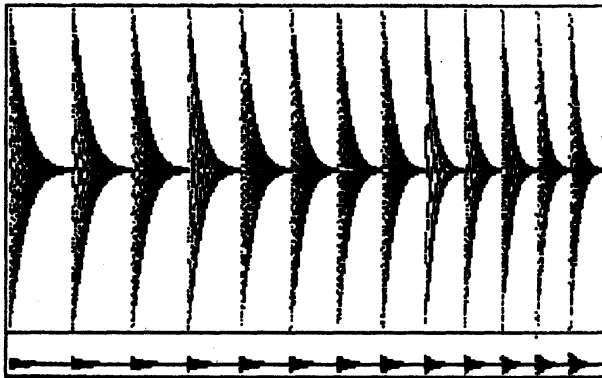
Out[7]:= -Sound-

同時に、これらは複雑なアルゴリズムを記述する基本演算子として機能するので、調律も周波数の割当として構築も出来るし、下記のように記号処理により生成することも可能である。

In[8]:= tab1 = Table[  $2^{(i/12)} \odot a1$ , {i, 0, 12}]

Out[8]:= {-Sound-, -Sound-, -Sound-, -Sound-, -Sound-, -Sound-,  
-Sound-, -Sound-, -Sound-, -Sound-, -Sound-, -Sound-, -Sound-}

In[9]:= □%



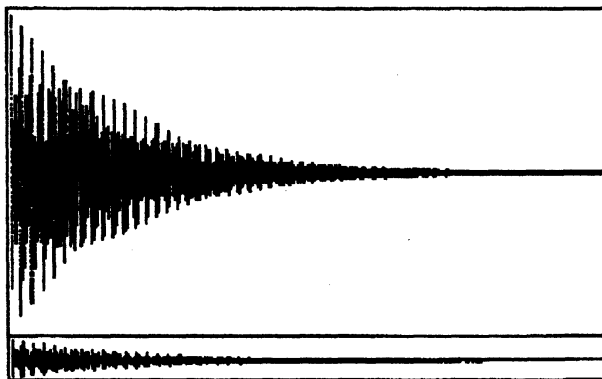
Out[9]:= -Sound-

記号処理なので、当然和音も上記の音のリストから抽出し、重ね合わせることで生成できる。下記の例は、1, 5, 8 番目の音を抽出し、重ね合わせることで和音を生成している。

In[10]:= Plus @@ tab1[[{1, 5, 8}]]

Out[10]:= -Sound-

In[11]:= □%



Out[11]:= -Sound-

なお、Ysk パッケージでは二次元や三次元の画像の取り扱いに関しても、サウンドと同じインタフェースで同じ扱いが可能な実装になるようにしている。

## 2.2 数理から音楽へ

前述の Ysk パッケージとは異なり、数学の対象として音楽を扱えるようにシステムを構築することを進めている。このパッケージを便宜上 Ksk パッケージと呼んでいる。Ksk パッケージでは、一般的な数学の対象（特に代数）に対して行える操作を音に対して拡張するという方針で実装を行う予定である。例えば、次のような操作を考えている。

- 写像や逆写像のような処理
- 行列で音の構造を表現し、転置や対角化、標準化など
- 音と音に対する効果の分離、効果（エフェクト）のみの転置や構造変換など

本来の研究目的からすれば、音ではなく音楽を対象としたいところであるが、音楽とはなんであるかという根本の問題を回避するために、より定義が明確な音を対象としている。将来的には、音を対象とした研究成果に基づき、音楽を対象としていきたい。なお、Ksk パッケージの枠組みは 2005 年度内に作成したいと考えている。

## 3 まとめと課題

現在構築中のパッケージ Ysk とその対になるパッケージにより、数式処理システム上に、音楽の数学的構造を発見するための研究の土台を作っているのが現状である。このようなシステムの構築を鑑みれば、我々が数理科学として構造を扱うことで、芸術における構造（あるとすれば）を数理科学として吟味し、理論は理論として適確に、作家性や作品製作の自由度は自由度として扱っていきたいということをわかって頂けると思う。

最後にまとめると、本研究は近年研究が盛んになりつつある自動作曲、嗜好による楽曲選択などの情報科学からの間接的なアプローチとは異なり、本質的な性質を明らかにする点に重きを置いているため、意味のある結果を得ることができるのかという大きな問題が内在している。しかし、前章で示したような、これまでのアプローチとは異なる進め方で芸術と数理の間に良い橋をかけることができれば、新たな芸術の、数理の分野が生まれ、それによる新しい芸術理論を創造できると考えている。もちろん、芸術分野においては、人間の感性に訴えるという特殊性から、制作の現場で利用される多種多様の機器における音の違いとも相まって、理論的に構成された作品も最終的には、感性と経験に培われた処理を行うことが多い（特に音楽分野においては顕著である）。この長い歴史のある処理を研究することは多くの困難が付きまとうと思われるが、数理的に曖昧な部分を研究し、着実に結果を出すことを今後の課題としたい。